

ÉTAPE 1 : Compter par douzaines comme certains hommes préhistoriques**Compter par douzaines**

Pour calculer mentalement 4×12 , on peut calculer 2×12 qui fait 24, puis 2×24 ce qui fait 48.

Ce qui se traduit par :

$$4 \times 12 = 2 \times (2 \times 12) = 48$$

On peut aussi utiliser :

$$4 \times 12 = (4 \times 10) + (4 \times 2) = 48$$

$$5 \times 12 = (4 \times 12) + 12 = 60$$

ou

$$5 \times 12 = (10 \times 12) \div 2 = 60$$

ou

$$5 \times 12 = (5 \times 10) + (5 \times 2) = 60$$

$$12 \times 12 = (12 \times 10) + (12 \times 2) = 144$$

Table de 12

$1 \times 12 = 12$

$2 \times 12 = 24$

$3 \times 12 = 36$

$4 \times 12 = 48$

$5 \times 12 = 60$

$6 \times 12 = 72$

$7 \times 12 = 84$

$8 \times 12 = 96$

$9 \times 12 = 108$

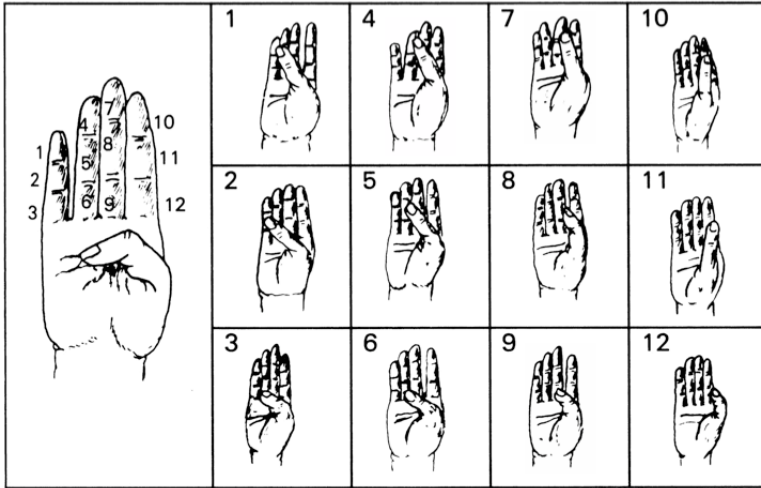
$10 \times 12 = 120$

$11 \times 12 = 132$

$12 \times 12 = 144$

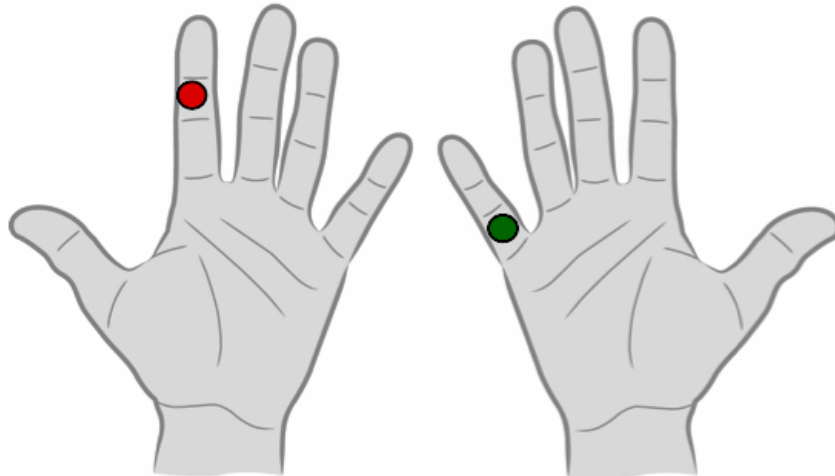
$13 \times 12 = 156$

Comment certains hommes désignaient-ils les nombres avant l'apparition de l'écriture ?



Avec la main gauche, ils indiquaient un nombre de douzaines.
 Avec la main droite, ils indiquaient un nombre d'unités.

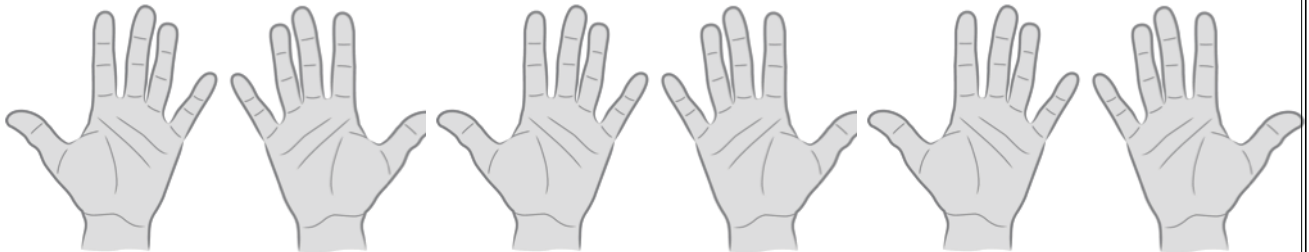
Pour désigner 135, ils montraient 11 avec la main gauche et 3 avec la droite car : $135 = (11 \times 12) + 3$.



Le nombre 135

Exercice des pastilles

Dessine au crayon les pastilles pour obtenir les nombres 58, 100 et 145.



58

100

145

ÉTAPE 2 : Compter par soixantaines comme les Babyloniens**Compter par soixantaines**

Pour calculer astucieusement un produit, je peux le décomposer en un produit de plusieurs facteurs simples puis faire les multiplications dans n'importe quel ordre.

$$\begin{aligned} 5 \text{ soixantaines} : 5 \times 60 &= 5 \times (6 \times 10) \\ &= (5 \times 6) \times 10 \\ &= 30 \times 10 && \text{c'est 30 dizaines} \\ &= 300 && \text{c'est 3 centaines} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 60 \text{ soixantaines} : 60 \times 60 &= (6 \times 10) \times (6 \times 10) \\ &= (6 \times 6) \times (10 \times 10) \\ &= 36 \times 100 && \text{c'est 36 centaines} \\ &= 3\,600 \end{aligned}$$

Produit de plusieurs nombres

Une succession de multiplications peut être effectuée dans n'importe quel ordre.

Exemple : au lieu de calculer $5 \times (6 \times 10)$, on peut calculer $(5 \times 6) \times 10$.

Et donc, un produit de plusieurs nombres peut s'écrire sans parenthèses.

Exemple : au lieu d'écrire $5 \times (6 \times 10)$, on peut écrire $5 \times 6 \times 10$.

Table de 60

Pour obtenir rapidement les 150 premiers **multiples** de 60, on a utilisé un tableur.

Dans un tableur, une formule doit commencer par « = ».

Exemple : =60*A2

A2 désigne la **cellule** de la **colonne** A et de la **ligne** 2.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1		x60			x60			x60			x60			x60
2	1	60		31	1860		61	3660		91	5460		121	7260
3	2	120		32	1920		62	3720		92	5520		122	7320
4	3	180		33	1980		63	3780		93	5580		123	7380
5	4	240		34	2040		64	3840		94	5640		124	7440
6	5	300		35	2100		65	3900		95	5700		125	7500
7	6	360		36	2160		66	3960		96	5760		126	7560
8	7	420		37	2220		67	4020		97	5820		127	7620
9	8	480		38	2280		68	4080		98	5880		128	7680
10	9	540		39	2340		69	4140		99	5940		129	7740
11	10	600		40	2400		70	4200		100	6000		130	7800
12	11	660		41	2460		71	4260		101	6060		131	7860
13	12	720		42	2520		72	4320		102	6120		132	7920
14	13	780		43	2580		73	4380		103	6180		133	7980
15	14	840		44	2640		74	4440		104	6240		134	8040
16	15	900		45	2700		75	4500		105	6300		135	8100
17	16	960		46	2760		76	4560		106	6360		136	8160
18	17	1020		47	2820		77	4620		107	6420		137	8220
19	18	1080		48	2880		78	4680		108	6480		138	8280
20	19	1140		49	2940		79	4740		109	6540		139	8340
21	20	1200		50	3000		80	4800		110	6600		140	8400
22	21	1260		51	3060		81	4860		111	6660		141	8460
23	22	1320		52	3120		82	4920		112	6720		142	8520
24	23	1380		53	3180		83	4980		113	6780		143	8580
25	24	1440		54	3240		84	5040		114	6840		144	8640
26	25	1500		55	3300		85	5100		115	6900		145	8700
27	26	1560		56	3360		86	5160		116	6960		146	8760
28	27	1620		57	3420		87	5220		117	7020		147	8820
29	28	1680		58	3480		88	5280		118	7080		148	8880
30	29	1740		59	3540		89	5340		119	7140		149	8940
31	30	1800		60	3600		90	5400		120	7200		150	9000

Nombre de secondes dans une heure

Il y a 60 secondes dans une minute.

Il y a 60 minutes dans une heure.

$$60 \times 60 = 3\,600$$

Il y a donc 3 600 secondes dans une heure : 1 h = 3 600 s.

Conversions de durées

$$7\text{ h}35\text{ min} = 7 \times 60\text{ min} + 35\text{ min} = 455\text{ min}$$

$$545\text{ min} = 9 \times 60\text{ min} + 5\text{ min} = 9\text{ h }5\text{ min}$$

$$2\,820\text{ s} = 47 \times 60\text{ s} = 47\text{ min}$$

$$6\,720\text{ s} = 112 \times 60\text{ s} = 112\text{ min} = 60\text{ min} + 52\text{ min} = 1\text{ h }52\text{ min}$$

Numération babylonienne

Les Babyloniens utilisaient deux symboles pour écrire les nombres :

- le clou \Uparrow qui représente 1 ;
- le chevron \Leftarrow qui représente 10.

Ils comptaient par soixantaines.

Les symboles changent de valeur quand ils changent de position : on dit que c'est une « numération de position ».

Par exemple : $135 = (2 \times 60) + 15$.

135 s'écrit donc $\Uparrow \Uparrow \Leftarrow \Uparrow \Uparrow \Uparrow \Uparrow$

Soixantaines	Unités
$\Uparrow \Uparrow$	$\Leftarrow \Uparrow \Uparrow \Uparrow \Uparrow$

Opérations babyloniennes

Soixantaines de soixantaines	Soixantaines	Unités	
	\Uparrow	$\Leftarrow \Leftarrow \Leftarrow \Leftarrow \Leftarrow \Uparrow \Uparrow \Uparrow$	$\left. \begin{array}{l} \leftarrow \\ \leftarrow \end{array} \right\} +8$ $\leftarrow \left\{ \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right. \times 60$
	\Uparrow	$\Leftarrow \Leftarrow$	$\leftarrow \left\{ \begin{array}{l} \\ \end{array} \right. \times 60$
		$\Leftarrow \Uparrow \Uparrow$	$\leftarrow \left\{ \begin{array}{l} \\ \end{array} \right. \times 3\ 600$

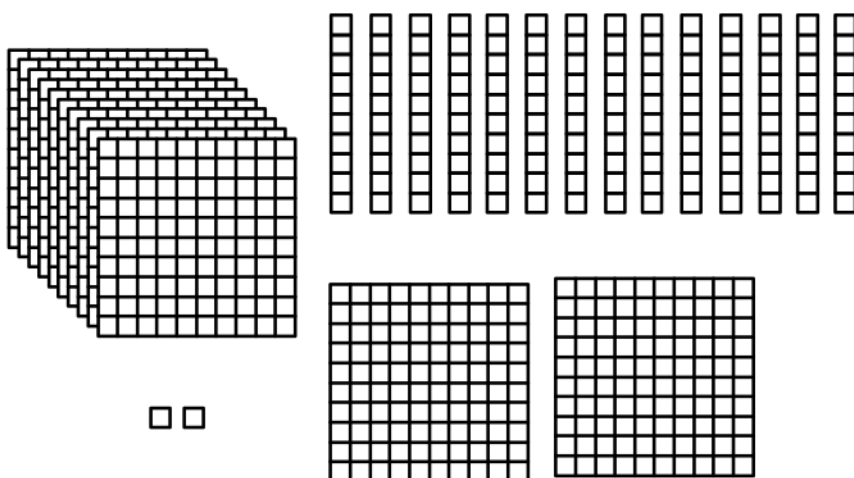
Dans la numération babylonienne, quand on multiplie par 60, les symboles changent de signification.

Par exemple :

- 1 clou qui signifiait 1 unité signifie maintenant 1 soixantaine ;
- 1 chevron qui signifiait 10 soixantaines signifie maintenant 10 soixantaines de soixantaines ;
- etc.

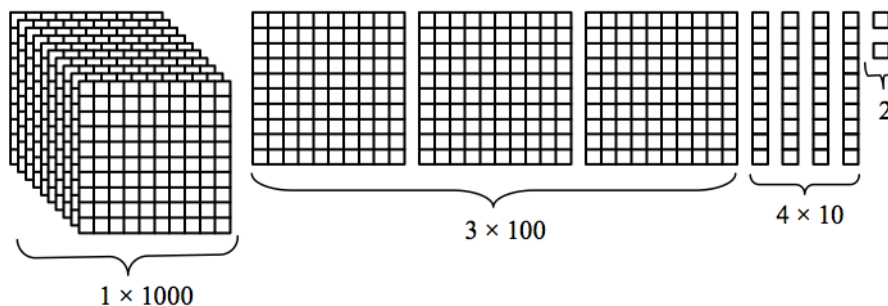
ÉTAPE 3 : Compter par dizaines (notre numération)**Exercice du nombre schématisé**

Écris dans notre numération le nombre de □ représentés par ce schéma.



$$(10 \times 100) + (2 \times 100) + (14 \times 10) + 2 = (1 \times 1\,000) + (3 \times 100) + (4 \times 10) + 2 \\ = 1\,342$$

Il y a 1 342 □ représentés par le schéma.



Exercice d'écriture en numération décimale

- La Lune est à trois cent quatre-vingt-quatre mille kilomètres de la Terre.
Jupiter est à cinq cent quatre-vingt-onze millions de kilomètres de la Terre.
Pluton est à quatre milliards deux cent quatre-vingt-dix-sept millions de kilomètres de la Terre.
Complète le tableau ci-dessous avec ces nombres écrits en chiffres.

	Lune	Jupiter	Pluton
Distance à la Terre (km)			

- Indique le nombre entier qui précède et celui qui suit.

	783	280	1 000 000	20 999	549 978 125
Nombre qui précède					
Nombre qui suit					

	432 012 799	841 000 000	799 999 999
Nombre qui précède			
Nombre qui suit			

Notre numération

Notre numération est une numération décimale car nous comptons par dizaines.
C'est une numération de position car les chiffres d'un nombre changent de « valeur » en fonction de leur position.

Milliards			Millions			Milliers			Unités		
centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités
								4	2	3	4

$4\ 234 = (4 \times 1\ 000) + (2 \times 100) + (3 \times 10) + (4 \times 1)$
c'est à dire 4 milliers et 2 centaines et 3 dizaines et 4 unités.

Nombres mystères

- Donne un exemple de nombre inférieur à 4 000 pour lequel :
 - le chiffre des dizaines est la moitié du chiffre des centaines ;
 - la somme des chiffres est 11.
- Donne un exemple de nombres à trois chiffres pour lequel :
 - le chiffre des centaines est le triple du chiffre des unités ;
 - le chiffre des dizaines est la somme des deux autres chiffres.
- Donne un exemple de nombre à quatre chiffres tel que :
 - il est inférieur à 2 000 ;
 - il a trois chiffres identiques ;
 - la somme de ses chiffres est 10.

On a étudié une méthode pour multiplier rapidement par 10, 100 ou 1 000.

Exemples :

$$384 \times 10 = 3\ 840$$

$$1\ 725 \times 100 = 172\ 500$$

$$3\ 412 \times 1\ 000 = 3\ 412\ 000$$

Quand on multiplie un nombre par 10 :

- le chiffre des unités devient celui des dizaines ;
- celui des dizaines devient celui des centaines, etc. ;
- on complète avec un 0 pour marquer ces nouvelles positions.

Dans le tableau cela revient à décaler les chiffres d'une colonne vers la gauche :

Milliers			Unités		
centaines	dizaines	unités	centaines	dizaines	unités
		1	2	3	4
	1 ←	2 ←	3 ←	4 ←	0
					pour ne pas laisser la place vide

Différence entre notre manière d'écrire les nombres et celle des Babyloniens

1. Les Babyloniens avaient deux symboles pour écrire les nombres. Et nous

.....

.....

2. Ils avaient une numération de position. Et nous ?

.....

.....

3. Quand ils multipliaient un nombre par 60, le nombre d'unités devenait le nombre de soixantaines, et le nombre de soixantaines devenait le nombre de soixantaines de soixantaines. Un phénomène semblable se produit-il avec notre numération ?

.....

.....