

On considère des nombres positifs non nuls a, b, c, d et k .

I. Égalité

Propriété

La valeur d'une fraction ne change pas lorsqu'on multiplie son numérateur et son dénominateur par un **même nombre** non nul.

$$\frac{a}{b} = \frac{k \times a}{k \times b}$$

Exemple : $\frac{4}{3} = \frac{4 \times 5}{3 \times 5} = \frac{20}{15}$

Exemple : Simplifier la fraction $\frac{21}{56}$.

On cherche un diviseur commun à 21 et 56. Ils sont tous les deux dans la table de 7, on peut donc simplifier par 7 :

$$\frac{21}{56} = \frac{\cancel{7} \times 3}{\cancel{7} \times 8} = \frac{3}{8}$$

II. Addition et soustraction

Méthode

Pour additionner ou soustraire deux nombres en écriture fractionnaire :

- on les écrit avec un dénominateur commun ;
- on additionne les numérateurs et on garde le dénominateur commun.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

Exemples avec un dénominateur commun : $\frac{3}{7} + \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$ $\frac{7}{3} - \frac{5}{3} = \frac{2}{3}$

Exemple avec des dénominateurs différents : Calculer $\frac{1}{8} + \frac{5}{6}$

On cherche un multiple commun à 8 et 6.

Premiers multiples de 8 : 8 ; 16 ; **24** ; 32 ; 40 ; 48 ...

Premiers multiples de 6 : 6 ; 12 ; 18 ; **24** ; 30 ; 36 ...

24 est le plus petit multiple commun de 6 et 8, on va donc écrire les deux fractions avec 24 comme dénominateur.

$$\frac{1}{8} + \frac{5}{6} = \frac{1 \times 3}{8 \times 3} + \frac{5 \times 4}{6 \times 4} = \frac{3}{24} + \frac{20}{24} = \frac{3+20}{24} = \frac{23}{24}$$

Rappel

Pour donner une écriture fractionnaire d'un nombre entier, il suffit de garder ce nombre au numérateur et d'écrire 1 comme dénominateur.

Exemple : $\frac{3}{4} + 2 = \frac{3}{4} + \frac{2}{1} = \frac{3}{4} + \frac{2 \times 4}{1 \times 4} = \frac{3+8}{4} = \frac{11}{4}$

III. Multiplication

Méthode

Pour multiplier des nombres en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Remarque : Contrairement aux additions et soustractions, il est inutile d'écrire les fractions avec un même dénominateur.

Exemple : $\frac{4}{3} \times \frac{7}{5} = \frac{4 \times 7}{3 \times 5} = \frac{28}{15}$

Exemple : $5 \times \frac{2}{3} = \frac{5 \times 2}{3} = \frac{10}{3}$

Remarque : Il est souvent plus facile de simplifier un produit avant de l'effectuer. Pour cela il faut décomposer chaque nombre en l'écrivant sous la forme d'un produit de facteurs les plus petits possibles.

Exemples :

$$\frac{35}{12} \times \frac{18}{49} = \frac{35 \times 18}{12 \times 49} = \frac{5 \times 7 \times 3 \times 6}{2 \times 6 \times 7 \times 7} = \frac{5 \times \cancel{7} \times 3 \times \cancel{6}}{2 \times \cancel{6} \times \cancel{7} \times 7} = \frac{15}{14}$$

$$\frac{15}{40} \times \frac{14}{42} = \frac{15 \times 14}{40 \times 42} = \frac{3 \times 5 \times 2 \times 7}{5 \times 8 \times 2 \times 3 \times 7} = \frac{\cancel{3} \times \cancel{5} \times \cancel{2} \times \cancel{7}}{\cancel{5} \times 8 \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{7}} = \frac{1}{8}$$

Rappel :

- Un produit qui contient un nombre pair de facteurs négatifs est positif.
- Un produit qui contient un nombre impair de facteurs négatifs est négatif.

Exemple : $\frac{-3}{-5} \times \frac{2}{-7} = -\frac{6}{35}$ (3 facteurs négatifs donc le produit est négatif)

IV. Division

Méthode

Diviser par un nombre non nul revient à multiplier par son inverse.

$$a \div b = a \times \frac{1}{b} \quad \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Exemples : $A = 3 \div \frac{1}{4} = 3 \times 4 = 12$

$$B = \frac{2}{3} \div \frac{4}{5} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

V. Fraction d'un nombre et pourcentage

Méthode

Prendre la fraction d'un nombre revient à multiplier la fraction par le nombre.

Exemple : Calculer les trois quarts de 20 : $\frac{3}{4} \times 20 = \frac{3 \times 20}{4} = 15$

Cas particulier des pourcentages

Un pourcentage est une fraction qui a pour dénominateur 100.

Exemple : Dans un collège de 615 élèves, 20 % d'entre eux viennent en vélo. Combien sont-ils ?

$$20\% \times 615 = \frac{20}{100} \times 615 = \frac{20 \times 615}{100} = 123$$

123 élèves vont dans ce collège en vélo.

Vidéos et compléments : clarensac.net/fractions

